

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Российский государственный гуманитарный университет»**  
**(ФГАОУ ВО «РГГУ»)**

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ  
Факультет информационных систем и безопасности  
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

---

01.03.04 Прикладная математика

*Код и наименование направления подготовки/специальности*

---

Математика эффективных ИТ-решений

*Наименование направленности (профиля)/специализации*

Уровень высшего образования: *Бакалавриат*

Форма обучения: *Очная*

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2026

## **ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

Рабочая программа дисциплины

Составители:

кандидат физ.-мат. наук, доц., доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики  
*Синицын В.Ю.*

**УТВЕРЖДЕНО**

Протокол заседания кафедры  
фундаментальной и прикладной математики  
№ 5 от 19.12.2025

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1.	<u>Пояснительная записка</u> .....	4
1.1.	<u>Цель и задачи дисциплины</u> .....	4
1.2.	<u>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций</u> .....	4
1.3.	<u>Место дисциплины в структуре образовательной программы</u> .....	5
2.	<u>Структура дисциплины</u> .....	5
3.	<u>Содержание дисциплины</u> .....	5
4.	<u>Образовательные технологии</u> .....	6
5.	<u>Оценка планируемых результатов обучения</u> .....	7
5.1.	<u>Система оценивания</u> .....	7
5.2.	<u>Критерии выставления оценки по дисциплине</u> .....	7
5.3.	<u>Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине</u> .....	8
6.	<u>Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины</u> .....	11
6.1.	<u>Список источников и литературы</u> .....	11
6.2.	<u>Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»</u> .....	11
6.3.	<u>Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы</u> .....	12
7.	<u>Материально-техническое обеспечение дисциплины</u> .....	12
8.	<u>Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов</u> .....	12
9.	<u>Методические материалы</u> .....	13
9.1.	<u>Планы практических занятий</u> .....	13
9.2.	<u>Методические рекомендации по подготовке письменных работ</u> .....	17
	<u>Приложение 1. Аннотация рабочей программы дисциплины</u> .....	18

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

#### 1.1. Цель и задачи дисциплины

*Цель дисциплины:* формирование у будущих специалистов по прикладной математике базовых представлений о теории вероятностей под углом зрения их практического использования в различных областях научных исследований и инженерной практики.

*Задачи дисциплины:* обучение слушателей элементам математического моделирования с использованием основных понятий, теорем и методов теории вероятностей и приобретение студентами базовых навыков работы с применением специальных программных средств.

#### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-2. Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем	ОПК-2.1. Определяет и анализирует существенные элементы информационных систем;	<i>Знать:</i> алгебру случайных событий, основные характеристики случайных величин, часто используемые законы распределения; закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей <i>Уметь:</i> вычислять вероятности случайных событий, анализировать и моделировать законы распределения случайных величин и определять их характеристики, применять основные теоремы теории вероятностей <i>Владеть:</i> вероятностным подходом к постановке и решению задач, навыками работы с библиотеками прикладных программ для решения вероятностных задач
	ОПК-2.2. Осуществляет поиск и применяет программное обеспечение для проведения вычислительных экспериментов;	<i>Знать:</i> алгебру случайных событий, основные характеристики случайных величин, часто используемые законы распределения; закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей <i>Уметь:</i> вычислять вероятности случайных событий, анализировать и моделировать законы распределения случайных величин и определять их характеристики, применять основные теоремы теории вероятностей <i>Владеть:</i> вероятностным подходом к постановке и решению задач, навыками работы с библиотеками прикладных программ для решения вероятностных задач
	ОПК-2.3. Плановмерно следует определенной логике, ведущей к решению текущей задачи.	<i>Знать:</i> алгебру случайных событий, основные характеристики случайных величин, часто используемые законы распределения; закон больших чисел и предельные теоремы теории

		<p>вероятностей</p> <p><i>Уметь:</i> вычислять вероятности случайных событий, анализировать и моделировать законы распределения случайных величин и определять их характеристики, применять основные теоремы теории вероятностей</p> <p><i>Владеть:</i> вероятностным подходом к постановке и решению задач, навыками работы с библиотеками прикладных программ для решения вероятностных задач</p>
--	--	---

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин (модулей): «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Дискретная математика», «Математическая логика», «Программные и аппаратные средства информатики».

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик: «Математическая статистика и теория случайных процессов», «Прикладная статистика», «Статистические пакеты прикладных программ», «Исследование операций», «Численные методы», «Имитационное моделирование случайных процессов», «Теория систем и системный анализ», «Программные средства научных исследований», «Математическое моделирование в вопросах комплексных исследований научных и технических проблем», «Теория кодирования», «Методы принятия решений».

### 2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 академических часа.

#### Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
3	Лекции	24
3	Практические занятия	32
Всего:		56

Объем дисциплины в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 88 академических часов.

### 3. Содержание дисциплины

#### Тема 1. Математические модели случайных явлений

Роль математики при изучении закономерностей реального мира. Случайные события. Пространство элементарных исходов. Алгебра событий. Вероятность. Конечное вероятностное пространство. Классическое определение вероятности и элементы комбинаторики. Счётное вероятностное пространство. Непрерывное вероятностное пространство. Статистическое определение вероятности. Компьютерная реализация вероятностного эксперимента.

## **Тема 2. Схема независимых испытаний Бернулли**

Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимость событий. Применение формулы полной вероятности. Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Общее определение последовательности испытаний. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.

## **Тема 3. Понятие случайной величины**

Случайные величины, законы распределения и таблицы распределения в конечной схеме. Биномиальное, гипергеометрическое и равномерное распределение. Случайные величины в счётной схеме. Пуассоновское и геометрическое распределение. Случайные величины в общей схеме. Функции распределения. Равномерное, показательное и нормальное распределения. Распределения некоторых случайных величин, представляющих собой функции нормальных величин (распределения Фишера, хи-квадрат, Стьюдента). Многомерные законы распределения. Независимость случайных величин. Свёртка распределений.

## **Тема 4. Основные характеристики случайных величин**

Математическое ожидание в конечной схеме. Свойства математического ожидания и способы его вычисления. Математическое ожидание в счётной схеме. Математическое ожидание в общем случае. Математическое ожидание для основных распределений. Неравенство Чебышева для неотрицательных случайных величин. Определение и свойства дисперсии. Дисперсия для основных распределений. Определения и свойства ковариации и коэффициента корреляции.

## **Тема 5. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей**

Неравенство Чебышева для случайных величин с конечной дисперсией. Доказательство закона больших чисел с помощью неравенства Чебышева (Теорема Маркова, Чебышева, случай независимых одинаково распределённых случайных величин, теорема Бернулли). Центральная предельная теорема (случай независимых одинаково распределённых случайных величин, теорема Ляпунова). Понятие асимптотической нормальности.

## **Тема 6. Производящие и характеристические функции случайных величин**

Производящие функции целочисленных случайных величин. Мультипликативное свойство производящей функции для суммы независимых величин. Производящие функции моментов. Определение и свойства характеристических функций случайных величин.

## **Тема 7. Средства компьютерной реализации вероятностных моделей**

Общие сведения о среде статистических вычислений и языке программирования R. Моделирование вероятностного эксперимента. Генерирование псевдослучайных чисел. Комбинаторика. Вычисление вероятностей случайных событий: классический, геометрический и статистический подход. Использование встроенных функций основных законов распределения для решения вероятностных задач. Нахождение характеристик случайных величин.

## **4. Образовательные технологии**

Для проведения *занятий лекционного типа* по дисциплине применяются такие образовательные технологии как вводная лекция с использованием видеоматериалов, лекция-беседа.

Для проведения *практических занятий* используются такие образовательные технологии как: решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

В рамках *самостоятельной работы* студентов проводится консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты.

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1 Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль: - опрос - отчет по выполнению внеаудиторных заданий - контрольная работа (темы 1-2, 3-4)	2 балла 2 балла 20 баллов	10 баллов 10 баллов 40 баллов
Промежуточная аттестация - экзамен - ответы на вопросы билета - итоговая контрольная работа	10 баллов 20 баллов	20 баллов 20 баллов
<b>Итого за семестр</b>		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала	Шкала ECTS	
95 – 100	отлично	A	
83 – 94		B	
68 – 82	хорошо	зачтено	
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	FX	
0 – 19		не зачтено	F

### 5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	отлично	Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		<p>профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ С	хорошо	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей. Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	удовлетворительно	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами. Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F,FX	неудовлетворительно	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>

### 5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

#### Текущий контроль

*Примерные вопросы для опроса* см. п.9.1 Планы практических занятий, контрольные вопросы

#### *Примерные задания для контрольной работы №1:*

1. Номер машины состоит из 7 знаков: первые три – буквы, затем четыре цифры. Сколько всего существует разных номеров, если алфавит содержит 32 буквы?
2. Студент знает 14 вопросов из 20. В билете содержится 3 вопроса. Найти вероятность того, что студент ответит хотя бы на один из них.

3. Экзамен у студента состоит из двух туров. В первом туре (письменная работа) ему предлагается решить 5 задач из 30. Студент в состоянии решить 25 задач из 30 и, если он решает хотя бы 3 задачи, то допускается ко второму туру (устное собеседование). Вероятность пройти второй тур для студента составляет 0,8. Чему равна вероятность успешного прохождения студентом обоих туров?
4. Летчик катапультируется в местности, 60% которой занимают леса. Вероятность благополучного приземления в лесу равна 0,3, а в безлесной местности – 0,9. Какова вероятность благополучного приземления?
5. Вероятность того, что новый товар будет пользоваться спросом на рынке, если конкурент не выпустит аналогичный продукт, равна 0,75, а при наличии конкурирующего товара равна 0,25. Вероятность выпуска конкурентом товара равна 0,35. Найти вероятность того, что товар будет иметь успех.
6. В данный район изделия поставляются двумя фирмами в соотношении 5:8. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют 90%, второй – 85%. Взятое наугад изделие оказалось стандартным. Найти вероятность того, что оно изготовлено первой фирмой.

**Примерные задания для контрольной работы №2:**

1. В ходе аудиторской проверки компании аудитор случайным образом отбирает 5 счетов. Найти вероятность того, что он обнаружит ровно 1 счет с ошибкой, если ошибки содержат в среднем 3% счетов.
2. В банк прибыло 1000 пятидесятирублевых купюр. Какова вероятность того, что среди них окажется 5 фальшивых, если 0,1 % купюр фальшивые. Выписать точную формулу и найти приближенное значение используя пуассоновское приближение.
3. В данном регионе кандидата в парламент поддерживает 60% населения. При опросе общественного мнения было выбрано 1000 человек. С какой вероятностью можно утверждать, что в этой выборке доля избирателей, поддерживающих кандидата, отличается от истинной доли не более чем на 0,02?
4. Случайная величина  $X$  имеет плотность  $p(x) = c(x^2 - 3x + 3)$  при  $-1 \leq x \leq 1$  и  $p(x) = 0$  для остальных значений  $x$ . Определить константу  $c$  и подсчитать математическое ожидание и дисперсию.
5. Пусть случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы и заданы законами распределения

$x_i$	-1	0	1
$p_i$	0,4	0,2	0,4

$y_j$	0	1	2	3
$q_j$	0,2	0,4	0,1	0,3

Найти закон распределения величины  $Z = Y - X$  и математические ожидания и дисперсии величин  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ .

**Промежуточная аттестация (экзамен)**

**Примерные задания для экзаменационной контрольной работы:**

1. Студент ищет формулу в трех справочниках. Обозначим через  $A_i$  событие, заключающееся в том, что нужная формула содержится в  $i$ -м справочнике,  $i = 1, 2, 3$ . Выразить через  $A_i$  следующие события:  $A$  - формула содержится только в одном справочнике;  $B$  - формула содержится хотя бы в одном справочнике;  $C$  - формулы нет ни в одном справочнике.
2. В ящике 12 деталей, среди которых 5 бракованных. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей 2 качественные.

3. В первой урне содержится 10 шаров, из них 3 белых, во второй – 6 шаров, из них 2 белых. Из первой урны наудачу извлекли 1 шар и переложили во вторую урну. Найти вероятность того, что извлеченный после этого из второй урны шар окажется белым.
4. На заводе, изготовляющем болты, первая машина производит 25%, вторая 35%, третья – 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5%, 4% и 2%. Какова вероятность того, что случайно выбранный болт дефектный.
5. Непрерывная случайная величина  $X$  имеет распределение  $F(x) = 0$  при  $x < -\pi/4$ ,  $F(x) = 1$  при  $x > \pi/4$ ,  $F(x) = c(1+\sin 2x)$  при  $-\pi/4 < x < \pi/4$ . Найти константу  $c$ , плотность  $f(x)$ ,  $P(-\pi/4 < X < \pi/2)$ . Подсчитать  $M[X]$  и  $D[X]$ , пользуясь интегрированием по частям.
6. Стрелок попадает в цель при одном выстреле с вероятностью  $3/4$ . Оценить вероятность того, что число попаданий в цель при 1200 выстрелах лежит в пределах между 885 и 930.
7. В ящике содержится 100 карточек, пронумерованных числами  $1, 2, \dots, 100$ . Из ящика наудачу 200 раз вынимается карточка и сразу возвращается. Выписать формулу для вероятности того, что карточка с числом 1 появится ровно 3 раза и найти приближенное значение.
8. Пусть случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы и заданы законами распределения

$x_i$	1	2	3
$p_i$	0,4	0,2	0,4

$y_i$	-1	0	1	2
$q_i$	0,2	0,4	0,1	0,3

Найти закон распределения величины  $Z = X - Y$  и математические ожидания и дисперсии величин  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ .

### **Контрольные вопросы по дисциплине:**

- 1) Случайные события. Основные понятия алгебры событий.
- 2) Классическая вероятностная схема. Перестановки, размещения, сочетания.
- 3) Понятия условной вероятности и независимости событий.
- 4) Формула полной вероятности и формула Байеса.
- 5) Аксиоматика теории вероятностей.
- 6) Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Случай нескольких исходов.
- 7) Теорема Пуассона. Примеры её применения.
- 8) Локальная теорема Муавра-Лапласа. Примеры её применения.
- 9) Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Примеры её применения.
- 10) Понятие случайной величины. Функции распределения и их свойства.
- 11) Понятие плотности для случайной величины с дифференцируемой функцией распределения.
- 12) Совместные распределения случайных величин. Плотность многомерных распределений.
- 13) Независимость случайных величин.
- 14) Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Вычисление математических ожиданий для различных видов случайных величин. Математическое ожидание функции от случайной величины.
- 15) Понятие дисперсии. Свойства дисперсии. Вычисление дисперсии для различных видов случайных величин.
- 16) Понятие о моментах высших порядков.
- 17) Корреляция и коэффициент ковариации.
- 18) Биномиальный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
- 19) Пуассоновский закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
- 20) Геометрический закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
- 21) Равномерный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.

- 22) Экспоненциальный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
- 23) Неравенства Чебышева. Закон больших чисел.
- 24) Предельные теоремы и примеры их применения.
- 25) Производящие и характеристические функции.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1 Список источников и литературы

#### Литература

##### Основная

1. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 538 с. — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/431167>
2. Прохоров, Ю. В. Лекции по теории вероятностей и математической статистике : учебник и практикум для академического бакалавриата / Ю. В. Прохоров, Л. С. Пономаренко. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 219 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-10807-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/431560>
3. Энатская, Н. Ю. Теория вероятностей : учебное пособие для вузов / Н. Ю. Энатская. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 203 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01338-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/537081>.
4. Энатская, Н. Ю. Теория вероятностей и математическая статистика для инженерно-технических направлений : учебник и практикум для вузов / Н. Ю. Энатская, Е. Р. Хакимуллин. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 399 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02662-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511231>.

##### Дополнительная

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510437>.
2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 406 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08389-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510436>.
3. Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах: Учебное пособие. / Сапожников П.Н., Макаров А.А., Радионова М.В. - М.:КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2022. - 496 с.: 60x90 1/16. - (Бакалавриат и магистратура) (П) ISBN 978-5-906818-47-8 - Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/document?id=393002>.

### 6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

1. Бояршинов Б.С. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. курс НОУ ИНТУИТ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru/department/mathematics/ptams/>

2. Чернова Н.И. Введение в теорию вероятностей. Учеб. курс НОУ ИНТУИТ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru/department/mathematics/intprobtheory/>
3. Учебно-образовательная физико-математическая библиотека на портале МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>
4. Официальный портал проекта R [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.r-project.org/>
5. Сетевые архивы системы R (CRAN). [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://cran.r-project.org/>
6. R — объектно-ориентированная статистическая среда [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://herba.msu.ru/shipunov/software/r/r-ru.htm>
7. Язык программирования и вычислительная среда R [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://r-statistics.livejournal.com/>

Национальная электронная библиотека (НЭБ) [www.rusneb.ru](http://www.rusneb.ru)  
 ELibrary.ru Научная электронная библиотека [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)

### 6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Доступ к профессиональным базам данных: <https://liber.rsuh.ru/ru/bases>

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс
2. Гарант

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для обеспечения дисциплины используется материально-техническая база образовательного учреждения:

- для лекций: учебные аудитории, оснащённые доской, компьютером или ноутбуком, проектором (стационарным или переносным) для демонстрации учебных материалов.

Состав программного обеспечения:

1. Windows
2. Microsoft Office
3. Kaspersky Endpoint Security

- для практических занятий: компьютерный класс или лаборатория, оснащённые доской, компьютером или ноутбуком для преподавателя, компьютерами для обучающихся, проектором (стационарным или переносным) для демонстрации учебных материалов.

Состав программного обеспечения:

1. Windows
2. Microsoft Office
3. Mozilla Firefox
4. Язык программирования R
5. Kaspersky Endpoint Security

## **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.

- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA SE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;

- для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;

- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## 9. Методические материалы

### 9.1 Планы практических занятий

#### Тема 1. Математические модели случайных явлений

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

##### Примерные задачи для решения в аудитории:

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 1 №№ 1-7, 8-17.

##### Контрольные вопросы:

1. Случайные события. Основные понятия алгебры событий.
2. Классическая вероятностная схема. Перестановки, размещения, сочетания
3. Аксиоматика теории вероятностей.
4. Генерирование псевдослучайных чисел

#### Тема 2. Схема независимых испытаний Бернулли

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

##### Примерные задачи для решения в аудитории:

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 1 №№ 18, 19, 21; гл. 2 №№ 1-8, 10, 14, 15.

##### Контрольные вопросы:

1. Понятия условной вероятности и независимости событий.
2. Формула полной вероятности и формула Байеса.
3. Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Случай нескольких исходов.
4. Теорема Пуассона. Примеры её применения.
5. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Примеры её применения.
6. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Примеры её применения

#### Тема 3. Понятие случайной величины

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

##### Примерные задачи для решения в аудитории:

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 4 №№ 1-7, 9-11, 13-15, 17, 18, 20, 25, 30.

##### Контрольные вопросы:

1. Понятие случайной величины. Функции распределения и их свойства.
2. Понятие плотности для случайной величины с дифференцируемой функцией распределения.
3. Совместные распределения случайных величин. Плотность многомерных распределений.
4. Независимость случайных величин.

#### **Тема 4. Основные характеристики случайных величин**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

##### **Примерные задачи для решения в аудитории:**

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 5 №№ 1-9, 11-19, 23.

##### **Контрольные вопросы:**

1. Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Вычисление математических ожиданий для различных видов случайных величин. Математическое ожидание функции от случайной величины.
2. Понятие дисперсии. Свойства дисперсии. Вычисление дисперсии для различных видов случайных величин.
3. Понятие о моментах высших порядков.
4. Корреляция и коэффициент ковариации.
5. Биномиальный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
6. Пуассоновский закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
7. Геометрический закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
8. Равномерный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
9. Экспоненциальный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия

#### **Тема 5. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

##### **Примерные задачи для решения в аудитории:**

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 6 №№ 1-4, 7.

##### **Контрольные вопросы:**

1. Неравенства Чебышева.
2. Закон больших чисел.
3. Предельные теоремы и примеры их применения.

#### **Тема 6. Производящие и характеристические функции случайных величин**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

##### **Примерные задачи для решения в аудитории:**

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 7 №№ 1-5, 8-10, 15, 16; гл. 8 №№ 1-4.

##### **Контрольные вопросы:**

1. Определение производящих функций.
2. Свойства производящих функций.
3. Определение характеристических функций.
4. Свойства характеристических функций.

#### **Тема 7. Средства компьютерной реализации вероятностных моделей**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

### Примерные задачи для решения в аудитории:

1. Построить модели следующих вероятностных экспериментов: 1) симметричную монету подбросили один раз; 2) игральный кубик подбросили один раз; 3) монету подбросили три раза; 4) два игральных кубика подбросили один раз; 5) определили пол новорождённого (вероятность рождения мальчика считать равной 0.517); 6) из урны, содержащей 8 белых, 15 красных и 14 чёрных шаров, вынули произвольно 7 шаров; 7) стреляли по цели до первого попадания (вероятность попадания при каждом выстреле 0.3). Каждый эксперимент проделать 1000 раз, создать отдельную таблицу данных с результатами для каждого эксперимента и сохранить все таблицы в одном бинарном файле.
2. Найти с точностью до 0.001 вероятность того, что квадратное уравнение  $x^2+bx+c=0$  имеет два действительных корня, если его коэффициенты произвольные действительные числа, и  $b \in [-2; 2]$ ,  $c \in [0; 1]$ .
3. Найти с точностью до 0.001 статистическую вероятность того, что при однократном подбрасывании трёх игральных кубиков сумма очков будет равна 10, 11 или 12.
4. В среднем по 14% договоров страховая компания выплачивает страховую сумму. Используя встроенные функции системы R, найти с точностью до 0.001 вероятности следующих событий: А — из тридцати договоров будет связано с выплатой страховой суммы четыре договора; В — из тридцати договоров будет связано с выплатой страховой суммы менее трёх договоров; С — из тридцати договоров будет связано с выплатой страховой суммы более пяти договоров.
5. В партии 180 изделий, из которых 20 не соответствуют стандарту. Из партии взяли случайно 10 изделий. Найти закон распределения числа нестандартных изделий в выборке. Вычислить вероятности значений случайной величины с точностью до 0.001 и построить полигон распределения вероятностей. Найти с точностью до 0.001 вероятности следующих событий: А — эта случайная величина принимает значения на отрезке  $[2; 4]$ ; В — эта случайная величина принимает значения, большие 5; С — эта случайная величина принимает значения, меньшие 3.
6. Непрерывная случайная величина имеет плотность распределения вероятностей  $f(x)=1/(\exp(c*x)+\exp(-3*x))$ , где  $c=1.1357$ . Найти функцию распределения случайной величины и построить её график. С помощью функции распределения найти с точностью до 0.001 вероятности следующих событий: А — эта случайная величина принимает значения на отрезке  $[-2; 3]$ ; В — эта случайная величина принимает значения, большие 3; С — эта случайная величина принимает значения, меньшие -2.
7. Функция распределения случайной величины имеет вид  $F(x)=1/(1+\exp(-x))$ . Найти с точностью до 0.001 следующие числовые характеристики этой случайной величины: математическое ожидание  $MX$ , дисперсию  $DX$ , среднее квадратическое отклонение  $SDX$ , начальные  $\alpha[i]$  и центральные  $\mu[i]$  моменты до 4 порядка включительно ( $i=1,2,3,4$ ), асимметрию  $As$ , эксцесс  $E$ . Найти вероятность того, что эта случайная величина принимает значения на отрезке  $[MX-3*SDX; MX+3*SDX]$ .
8. В среднем по 9% договоров страховая компания выплачивает страховую сумму. Случайная величина — число договоров, по которым придётся выплачивать страховую сумму, если было заключено 25 договоров. Найти квантиль  $q$  уровня 0.95 этой случайной величины. Построить график зависимости квантили от её уровня.
9. Размер вклада в банке для физического лица — случайная величина  $Y$  (усл. ед.), которая задаётся функциональной зависимостью  $Y=\exp(X)$ , где  $X$  — случайная величина, имеющая нормальный закон распределения с математическим ожиданием, равным 7 и стандартным отклонением, равным 1.2. Найти числовые характеристики случайной величины  $Y$ , её закон распределения и построить графики функции распределения и плотности вероятности.

Найти с точностью до 0.001 вероятности следующих событий: А — случайная величина  $Y$  принимает значения на отрезке  $[2000; 5000]$ ; В — случайная величина  $Y$  принимает значения, большие 10000; С — случайная величина  $Y$  принимает значения, меньшие 2000.

10. Участник лотереи "Спортлото 6 из 49" отметил в карточке 6 из имеющихся 49 номеров. Число верно угаданных "выигрышных" номеров среди 6 отмеченных представляет собой случайную величину. С помощью вероятностного эксперимента получить 1000000 значений (реализаций) этой случайной величины.

**Контрольные вопросы:**

1. Моделирование вероятностного эксперимента.
2. Генерирование псевдослучайных чисел.
3. Компьютерное вычисление вероятностей случайных событий.
4. Использование встроенных функций основных законов распределения.

## **9.2 Методические рекомендации по подготовке письменных работ**

***Требования к подготовке и содержанию письменных работ (реферата, доклада):***

1. Соответствие содержания теме и плану работы.
2. Полнота и глубина раскрытия основных понятий проблемы.
3. Достаточность фактов, позволяющих проиллюстрировать актуальность избранной проблемы, способы ее решения.
4. Работа с литературой, систематизация и структурирование материала.
5. Обобщение и сопоставление различных точек зрения по рассматриваемому вопросу.
6. Наличие и четкость выводов, резюме.

**АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дисциплина «Теория вероятностей» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: формирование у будущих специалистов по прикладной математике базовых представлений о теории вероятностей под углом зрения их практического использования в различных областях научных исследований и инженерной практики.

Задачи: обучение слушателей элементам математического моделирования с использованием основных понятий, теорем и методов теории вероятностей и приобретение студентами базовых навыков работы с применением специальных программных средств.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- ОПК-2. Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*Знать:* алгебру случайных событий, основные характеристики случайных величин, часто используемые законы распределения; закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей

*Уметь:* вычислять вероятности случайных событий, анализировать и моделировать законы распределения случайных величин и определять их характеристики, применять основные теоремы теории вероятностей

*Владеть:* вероятностным подходом к постановке и решению задач, навыками работы с библиотеками прикладных программ для решения вероятностных задач.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ<sup>1</sup>**

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола

---

<sup>1</sup> Для ОП ВО магистратуры изменения только за 2020 г.